

Comparações de modelo epidêmico suscetível-infectado em redes reais e aleatórias

Rodrigo M. Malagutti e Marcio Eisencraft

Resumo— Este artigo tem como objetivo relatar os resultados de simulações computacionais de mecanismos da transmissão gradual de epidemias em modelo suscetível-infectado sobre rede real em comparação a aleatórias. Em particular, são analisadas redes dos tipos Erdos-Renyi, Watts-Strogatz (mundo pequeno) e Barabási-Albert (livres de escala). A partir da alteração dos parâmetros de contaminação e das propriedades das redes, pode-se perceber o aumento do potencial de contaminações conforme as redes se aproximam de padrões humanos de organização.

Palavras-Chave— Modelos epidêmicos, redes complexas, suscetível-infectado, redes aleatórias

Abstract— This paper aims to relay the results from computer simulations of mechanisms for gradual transmission of epidemics with the susceptible-infected model over real networks in comparison to random ones. In particular, networks from the models of Erdos-Renyi, Watts-Strogatz (small world) and Barabási-Albert (scale free) are analyzed. By changing contamination parameters and network properties, it is possible to notice an increase in contamination potential as the networks approach human patterns of organization.

Keywords— Epidemic models, complex networks, susceptible-infected, random networks

INTRODUÇÃO

O estudo de processos epidêmicos pode ser uma ferramenta para o entendimento de várias questões modernas. Da expansão de doenças à dispersão de informações falsas, a aplicação de modelos específicos proporciona maneiras de entender a disseminação de dados em uma população [5]. Neste artigo, busca-se criar bases para analisar os fenômenos manifestados em simulações de epidemias sobre redes de organização similar às humanas, sob o contexto de uma iniciação científica. Também pretende-se reproduzir parcialmente as conclusões obtidas na literatura já existente sobre o tema de epidemias em redes complexas [2]. Aqui, usa-se um modelo transmissivo suscetível-infectado (SI), similar ao início de epidemias reais, aplicado sobre redes do modelo Erdos-Renyi [1], do modelo mundo pequeno [4] e do livre de escala de Barabási-Albert [3]. Pretende-se comparar os resultados apresentados pelas redes aleatórias com uma rede real, especificamente a obtida em [6], que descreve as interações diretas de pelo menos 2 segundos de duração entre 410 indivíduos em um evento sobre epidemias.

A produção de dados para análise partiu da criação de redes aleatórias não-direcionadas do modelo Erdos-Renyi, de *mundo*

pequeno e redes livres de escala. Para N de nós e um grau de conectividade $\langle k \rangle$, as redes Erdos-Renyi têm o destaque de ter fácil construção e simplicidade topológica. Elas foram construídas com p sendo a probabilidade de que dois nós estejam conectados por uma aresta. Logo, cada p determina a proporção total do grau da rede em relação ao total, de forma que segue a relação $p = \frac{\sum_{i=1}^N k_i}{2N}$, sendo k_i o grau do nó i .

As redes mundo pequeno analisadas partem de uma estrutura em anel em que cada nó está conectado com os quatro mais próximos. Elas passaram então pela reordenação das arestas, usando uma probabilidade β para direcioná-las ou não para nós aleatórios. Assim, é possível criar grafos com *clustering* alto e caminhos de comprimento curto.

Finalmente, as redes de Barabási-Albert são notáveis por serem livre de escala e, conseqüentemente, apresentarem distribuições de grau seguindo uma lei de potência, de forma que alguns poucos nós centrais apresentam graus muito mais elevados do que a média, com a maioria dos outros nós sendo conectados a esses *hubs* [3]. Essas redes são construídas a partir da adição gradual de novos nós ao conjunto, com cada novo nó tendo uma probabilidade p de se conectar a um nó i já presente na rede, formando m conexões. Assim, $p = \frac{k_i}{\sum_{i=1}^m k_i}$. Devido a esse método de construção gradual, contudo, p é um resultado da rede, não um parâmetro gerador. Assim, redes livres de escala dependem principalmente de um m arbitrário.

Para o modelo SI de transmissão, um nó contaminado não retorna ao estado saudável [5]. Foi determinada uma relação crítica L entre vizinhos saudáveis e contaminados que leva um nó a adotar o estado contaminado; α é a proporção de contaminados. Conseqüentemente, o modelo opera a partir de uma sequência de momentos discretos de evolução da contaminação até um número final de contaminados, de forma a simular os estágios iniciais de uma epidemia como as previstas em [2]. Cada nó, portanto, pode ter um novo α calculado a cada momento do processo de contaminação.

RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Os resultados mostram as correlações entre os tipos de redes, o tipo de disseminação e os parâmetros utilizados. Destaca-se que todos os modelos usam redes de $N = 410$, de forma a ser compatível ao tamanho da rede real. Na Figura 1a ilustra-se o processo sequencial de contaminação em uma população do modelo de Erdos-Renyi de parâmetros $p = 0,05$, $L = 0,1$ e $N = 40$, com todos os indivíduos estando contaminados ao final. Na Figura 1b, tem-se o gráfico da proporção de contaminados α pela probabilidade p de conexão entre dois nós. As melhores condições de contaminação ocorrem

a partir de $p \approx 0,005$ para qualquer L . O pico e o limite crítico de probabilidade com os maiores α estão localizados entre $p \approx 2 \times 10^{-3}$ e $p \approx 3 \times 10^{-2}$ para limites até $L \approx 0,3$.

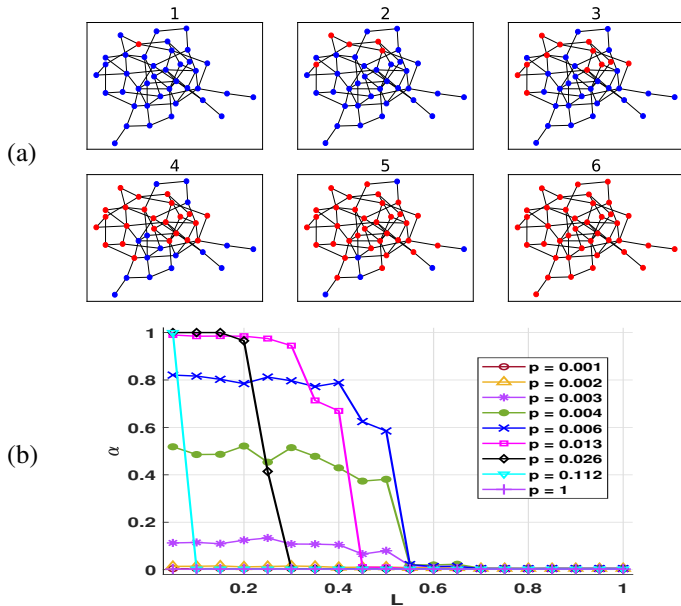


Fig. 1: (a): Sequência epidêmica SI em rede de Erdos-Renyi. Azuis estão saudáveis, vermelhos estão contaminados; (b): Porcentagem de contaminados em função de L em redes em 410 nós.

Para as simulações do modelo mundo pequeno, essa relação se dá de forma distinta (Figura 2). É claro o alto potencial de contaminação presente em redes desse tipo, com α alto para qualquer par de β e L , até uma queda total a partir de $L = 0,5$. Assim, para qualquer limite ao redor de $L \geq 0,4$, $\alpha > 0,95$.

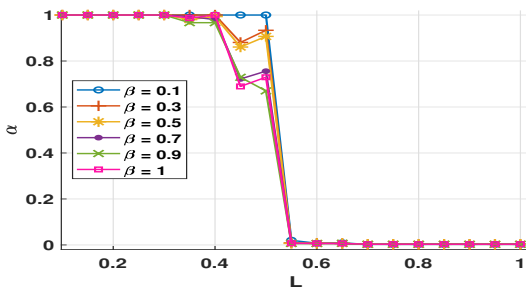


Fig. 2: Porcentagem de contaminados em função de L em redes em 410 nós.

Para redes livres de escala, fica evidente na Fig. 3 que, excetuando em $m = 1$, a rede tende a um α similar para qualquer m , com proporções altas até $L \approx 0,3$, onde há quedas bruscas no parâmetro. Extrapolando-se que redes livres de escala são extremamente sensíveis a dispersão de contaminações

Por fim, dos dados extraídos da rede real de [6], com um $\langle k \rangle = 84,38$ e coeficiente de agrupamento $C = 43,6$, produziu-se um gráfico que foi submetido ao mesmo processo SI (Figuras 4a e 4b). Percebe-se que a queda de α ocorre para qualquer L , chegando ao ponto mínimo em $L \approx 0,35$.

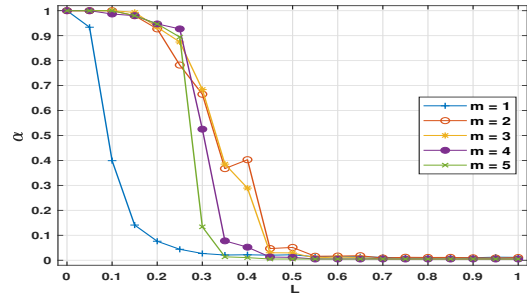


Fig. 3: Porcentagem média de contaminados em função de L em redes em 410 nós.

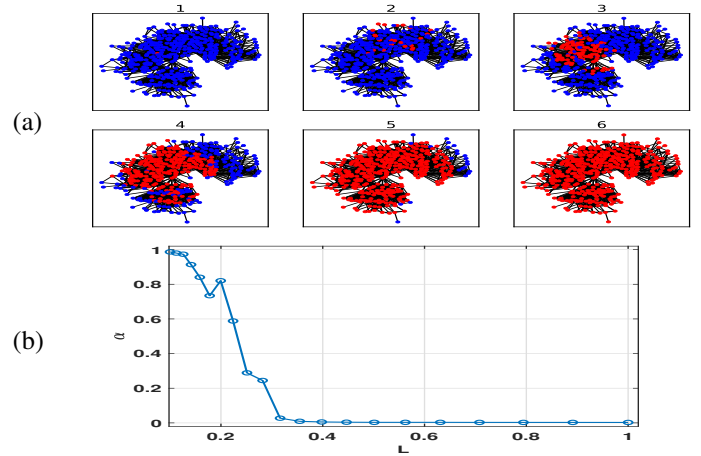


Fig. 4: (a): Sequência epidêmica em rede real com $L = 0,1$. Azuis são saudáveis, vermelhos contaminados; (b): Porcentagem média de contaminados em função de L em redes em 410 nós.

CONCLUSÕES

Conclui-se que redes mais próximas daquelas encontradas em populações reais, como as mundo pequeno e livre de escala, são mais propícias à transmissão no modelo estudado. Além disso, o contraste entre contaminações com mais dificuldade de dispersão, e às mais infecciosas é acentuado, com a maior parte das quedas de α ocorrendo com alterações bruscas a partir de $L \approx 0,3$. Principalmente, as simulações com a rede social real evidenciaram que ela proporciona comportamento epidêmico similar ao das redes livres de escala, especificamente àquelas produzidas com $m = 1$. Adicionalmente, observou-se que a evolução temporal das contaminações teve uma forma comum na maioria dos casos, com α estáveis sendo alcançados em t mais altos para redes de baixa conectividade ou para contaminações menos potentes.

REFERÊNCIAS

- [1] Erdos, P., Rényi, A. On the evolution of random graphs, *Publ. Math. Inst. Hungar. Acad. Sci.* 5(1):17-60
- [2] R. Pastor-Satorras, C. Castellano, P. Van Mieghem, et al, Epidemic processes in complex networks, *Rev. mod. phys.*, 87(3):925, 2015
- [3] R. Albert, A.L. Barabási, Statistical mechanics of complex networks, *Reviews of modern physics*, 74(1):47, 2002
- [4] D.J. Watts, S.H. Strogatz, Collective dynamics of small-world networks, *Nature*, 393(6684):440, 1998
- [5] Mark Newman, *Networks: An introduction*, Oxford University Press
- [6] <http://konnect.uni-koblenz.de/networks/sociopatterns-infectious>. Acesso em 01/06/2020.